

1-6학년 배경지식

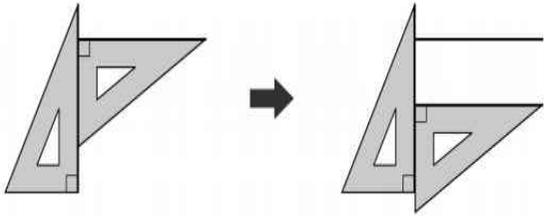
수와 연산

2024학년도 B - 2 문제

교사 A: '도형의 기초'와 관련하여 성취기준을 살펴봅시다. 선은 직선, 선분, 반직선을, 각은 직각, 예각, 둔각을 구별할 수 있어야 하며, 또 직선의 위치 관계를 이해할 수 있어야 합니다.

교사 B: 학생들을 지도할 때 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳이나 서로 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통하여 직선의 (㉠) 관계와 (㉡) 관계를 이해하도록 하는 것은 중요합니다.

교사 C: [그림 1]은 삼각자를 사용하여 직선의 위치 관계를 나타내는 과정입니다.



1) [그림 1]의 직선의 위치 관계를 나타내는 과정을 ㉠, ㉡을 모두 사용하여 설명하십시오. [1점]

2022학년도 B - 1 문제

문제 리본 3m로 상자 하나를 묶을 수 있습니다. 리본 13.5m로 똑같은 크기의 상자를 묶을 때, 묶을 수 있는 상자 수와 남는 리본의 길이를 구해 보세요.

학생 A의 풀이

$$\begin{array}{r} 4.5 \\ 3 \overline{)13.5} \\ \underline{12} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

답

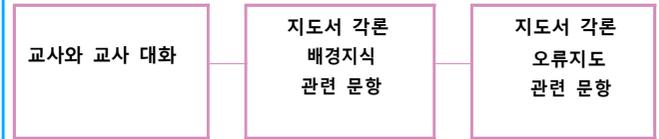
- 묶을 수 있는 상자 수 : 4상자
- 남는 리본의 길이 : 0.5m

박 교사 : ㉠ 묶의 소수 부분인 0.5의 의미를 올바르게 해석하고, 0.5를 이용하여 남는 리본의 길이를 구하는 방법을 지도해야겠습니다.

3) '0.5'와 '남는 리본의 길이'라는 표현을 포함하여 ㉠을 설명하십시오. [1점]

기출 문제 출제 방식 ▶ 교재구성

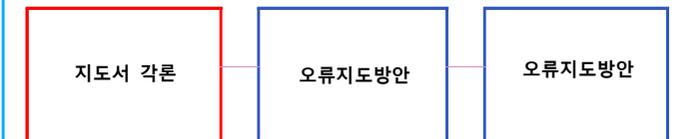
기출 문제 출제 방식



교재 구성 [P. 3 참고]



교재 구성 [P. 95 참고]



【정답: 출처 - 2015개정 지도서 각론 배경지식】

· 먼저 놓은 삼각자의 한 변에 대해 주어진 직선과 그은 직선이 각각 서로 수직이 되기 때문에 삼각자를 사용하여 그은 두 직선이 서로 평행하다

【정답: 출처 - 지도서 각론 오류지도방안】

· 묶의 소수 부분인 0.5는 상자 하나를 묶는데 필요한 리본 3m의 0.5배를 뜻하므로 3m에 0.5를 곱한 1.5m가 남는 리본의 길이가 된다.

질의응답(Q&A)

Q1 초등학교 1학년 1학기 수학 시간에는 어떤 수학 준비물을 준비하면 좋을까요?

A1 초등학교 1학년 학생들은 주위에 있는 구체적 사물들을 이용하여 각 단원별 수학 내용을 학습하고 수학 문제를 해결할 수 있습니다. 1학년 학생들이 교실에 있는 모든 준비물을 수학 시간에 활용할 수 있다는 인식을 가질 수 있도록 안내할 필요가 있습니다. 1학년 1학기 각 단원별 필요한 수학 준비물은 다음과 같습니다.

1단원	→	• 바둑돌, 연결 모형, 수 카드 등
2단원	→	• 입체도형 세트, 주사위, 쌓기나무, 교실 속 여러 가지 입체도형 물건 등
3단원	→	• 연결 모형, 쌓기나무, 바둑돌 등
4단원	→	• 쌓기나무, 다양한 도서와 같은 여러 가지 비교하기가 가능한 물건 등
5단원	→	• 연결 모형, 수 세기 칩, 바둑돌 등

질의응답(Q&A)

Q2 개방형 과제란 무엇인가요?

A2 교사는 수학적 능력, 수학적 사고력 등 서로 다른 지적 능력을 갖춘 학습자들을 대상으로 수업을 준비해야 합니다. 서로 다른 지적 이해를 허용하면서 수업을 전개하기 위해 개방형 과제를 활용할 수 있습니다. 개방형 과제는 다양한 가능성(방법의 가능성, 결과의 가능성, 질문하기의 가능성)을 열어 둔 과제입니다. 학생들은 동일한 개방형 과제를 수행하면서 서로 다른 내용을 떠올릴 수 있고, 서로 다른 접근 및 질문을 할 수 있습니다. 이 단원의 개방형 과제는 수학 친구들과 여러 가지 연결 모형에서 같은 점과 다른 점을 찾아 이야기하는 과제입니다.

수학 친구들의 모습에서 같은 점, 다른 점 찾기



다양한 모양의 연결 모형에서 같은 점, 다른 점 찾기



질의응답(Q&A)

Q1 프로젝트 수업(프로젝트 기반 학습)은 어떤 특징이 있나요?

A1 탐구의 주체자인 학생이 주변의 삶과 관련된 관심 주제를 적극적이고 상호 협력적으로 깊이 있게 탐구하는 학습법으로, 학생들의 끊임없는 질문과 도전, 실험하기, 문제를 발견하고 해결해 가기 등의 심층적인 탐구 과정을 중시하며, 그 과정과 최종 결과물을 교실 밖 청중들과 공유하는 기회를 갖게 하는 수업입니다.

학생들의 실제 삶과 연관되는 주제 정하기	→	<ul style="list-style-type: none"> 탐구 주제는 학생들의 흥미와 관심을 반영하여산출된 것으로, 학생들과 삶의 맥락에서 함께 탐구하거나 해결해 나갈 주제를 발견하고 토론과정을 거치며 탐구해 나간다. 학생들의 현실 생활과 관련된 탐구 활동은 한층 더 의미 있는 배움과 실천 경험이 된다.
가치 있는 수업 목표 설정하기	→	<ul style="list-style-type: none"> 프로젝트 수업은 학생과 교사 모두가 해당 과목에 깊이 있게 파고들어 기본적인 지식과 기능을 넘어서는 배움과 앎을 추구하게 하는 수업 방식이다. 즉, 교육과정의 담고 있는 성취기준과 핵심역량 중심의 학습 내용뿐만 아니라 인류 공동체가 추구해야 할 의미 있는 가치와 개념을 학습 내용으로 다루고 있다. 따라서 프로젝트 수업을 디자인 할 때는 이러한 배움이 이루어지도록 구체적인 수업 목표를 설정한다.
학생의 자기 주도성과 주체성 발휘하기	→	<ul style="list-style-type: none"> 프로젝트 수업의 기본 전제는 학습자의 능동성과 주체성을 토대로 자발적이고 상호 협력적인 문제해결과 탐구의 과정이다. 학생들은 자신의 삶에서 일어날 수 있는 다양한 문제 상황이나 질문, 도전 과제 등을 스스로 발견함으로써 학습 동기와 문제해결 의지를 갖게 된다. 토의와 토론, 조율과 협상의 과정을 거쳐 문제를 협력적으로 해결해 나가는 과정에서 학습자 주도성이 강화된다.
결과물의 발표 및 공개를 통한 성취 만족도 높이기	→	<ul style="list-style-type: none"> 학생들이 프로젝트 과정 중 산출된 표상물이나 결과물을 교실 밖 청중들과 공유할 기회를 갖는 것은 '관객의 존재를 의식화하는 것으로 다시 한번 자신의 학습 과정을 고찰하며 이해를 심화시키는 기회가 된다. 프로젝트 결과물의 가치를 스스로 인식할 뿐만 아니라 교사는 물론 다른 사람들에게도 결과물이 진지하게 받아들여진다는 것을 인식하게 해 준다

질의응답(Q&A)

Q2 수학 교과에서 프로젝트 학습이 학생들의 수학 수업에 대한 동기 부여에 도움을 주나요?

A2 프로젝트 학습은 실제적 활동을 통한 문제해결 역량의 향상, 협력 학습을 통한 자아 존중감과 협동심에 긍정적인 영향을 미쳐 학업 성취 수준과 관계없이 학업 성취도, 수학 학습에 대한 태도, 자신감 향상에 도움을 줍니다

수학에 대한 자기 효능감	→	<ul style="list-style-type: none"> 수학의 특정 과제를 수행하기 위해 필요한 행동을 조직화하고 실행할 수 있는가를 판단하는 자기 능력에 대한 신념이다. 이는 과제를 수행할 때 자신이 가지고 있는 능력에 대한 믿음으로, 개인의 목표 설정과 결과에 영향을 주며 수학 공부를 할 때 잘 기억하고, 정확하게 파악하고, 제대로 이해하지 못한 개념이 무엇인지를 파악하려고 하는 통제 전략과 관련이 높다
수학에 대한 자신감	→	<ul style="list-style-type: none"> 수학에 대한 자신감은 '수학을 잘할 수 있다는 자신의 능력에 대한 신념,' 수학 학습을 하는 과정에서 자신의 능력에 대해 느끼는 정도', '학습에서 성공할 수 있다는 느낌', '수학 학습과 시험에서 잘할 수 있다는 자기 확신의 정도' 등 연구자들에 따라 다양하게 정리되지만 학생들이 수학을 하는 전반적인 과정에서 자신이 잘할 수 있을 것이라 자기 자신을 믿는 마음의 상태를 의미한다.
수학에 대한 도구적 동기	→	<ul style="list-style-type: none"> 수학이 자신의 미래 학습과 직업 선택에 유용할 것이라는 인식에서 자신의 수학 학습을 이끌어 가는 추진력으로 보며 수학이 상급 학교의 진학과 미래의 직업수행에 유용할 것이라는 인식에 따른 동기이다.

질의응답(Q&A)

Q1 수학을 만나요'는 어떤 단원인가요?

A1 이 단원은 해당 학기 내용을 학습하기 위한 인지적, 기능적, 정서적 준비를 하는 단원입니다. '수학을 만나요'는 모두 세 차시로 구성되어 있습니다. 1차시에서는 해당 학기의 학습 내용과 활용하는 교구 등을 살펴봅니다. 2차시에서는 수학에 대한 긍정적 태도를 형성하기 위해 다양하고 재미있는 수학 놀이를 경험합니다. 3차시에서는 학생들의 수학적 역량을 키울 수 있는 다양한 개방형 과제를 다룹니다

질의응답(Q&A)

Q2 개방형 과제는 무엇인가요?

A2 개방형 과제는 연구자마다 다양한 정의가 있지만 종합해 보면, '과제를 해결하는 과정이나 해결한 결과가 다양할 수 있는 과제'라고 할 수 있습니다. 학생들에게 개방형 과제를 제시하면, 답이 여러 개이기 때문에 저마다 각자의 수준에서 다양한 아이디어를 산출해 냅니다. 다양한 아이디어를 가진 학생들은 서로의 생각을 공유하며 협력적으로 의사소통할 것입니다.

- 수학 수업에서 주로 쓰이는 개방형 과제(open-ended problem)란 출발 상황은 닫혀 있지만, 목표 상황은 열려 있는 문제라고 볼 수 있다. 이때 목표 상황의 개방을 두 가지로 세분화할 수 있는데, 답이 여러 개인 상황과 답은 하나이지만 해결 과정이 열려 있는 상황이다

폐쇄형 과제	개방형 과제
• $28+16$ 을 계산해 보세요	• 계산 결과가 44가 되는 식을 만들어 보세요.

- 이 단원의 3차시에서는 개방형 과제로 다양한 물건의 수를 세어 보고, 자신이 선택한 물건의 수를 이용하여 식을 만드는 문제를 제시하였다. 학생들이 직접 만든 여러 가지 식에 대해 이야기하는 과정을 통해 협력적 의사소통 및 정보처리 역량을 기를 수 있다

질의응답(Q&A)

Q1 자연수의 의미에는 어떤 것이 있나요?

A1 자연수는 상황에 따라 **집합수, 순서수, 이름수, 측정수**의 의미가 있습니다. 이 단원에서는 집합수, 순서수, 이름수의 의미를 이해하도록 지도하지만 학생들에게 용어 자체를 사용하지는 않습니다.

집합수	→	<ul style="list-style-type: none"> • 집합수는 어떤 집합의 원소가 몇 개인가를 나타낼 때 사용하는 수이다. 집합수는 초등학교에서 수를 도입하는 전형적인 방식으로 집합수를 결정하려면 수 세기가 선행되어야 한다. 또한 두 집합의 각 원소들 사이에 일대일대응이 이루어지면 집합수는 같다. 친숙한 대상으로부터 수를 추상화하고 대응이 학생에게 쉽게 학습된다는 점에서 장점이 있다. 공깃돌 '5'개, 공책 '5'권, 연필 '5'자루에서 '5'는 집합수이다.
순서수	→	<ul style="list-style-type: none"> • 순서수는 대상이 순서대로 나열되었을 때 상대적인 위치를 나타내는 수이다. 순서수는 '첫째, 둘째, 셋째, 넷째, 다섯째.....'를 '1, 2, 3, 4, 5.....'와 같이 순서를 나타내기 위해 사용하는 수를 의미한다. 달력의 날짜(5월 5일), 대기 번호표(5번), 층수(5층)에서 '5'는 순서수이다
이름수	→	<ul style="list-style-type: none"> • 이름수 또는 명목수는 사물에 이름을 붙이거나 분류하기 위한 목적으로 사용하는 수이다. 운동선수의 등 번호, 자동차의 번호판, 우편 번호, 전화번호 등과 같이 개수나 순서를 고려하지 않고 단순히 대상을 확인하려고 정보를 제공하는 것이 이름수이다. 5번 버스, 출석 번호 5번, 아파트 5동에서 '5'는 모두 사물의 이름 대신에 부여한 이름수이다.
측정수	→	<ul style="list-style-type: none"> • 측정수는 연속량인 대상을 측정한 결과를 나타내는 수로 단위의 배수로서 수의 의미이다. 길이, 무게, 둘레, 부피, 시간 등은 세어서 나타내는 것이 아니라 양을 측정한 결과이다. 5'm, 5'kg, 5'mL, 5'cm³, 5시간에서 '5'는 측정수이다

질의응답(Q&A)

Q2 수 세기를 하려면 어떤 원리가 요구되나요?

A2 수 세기를 하려면 수 이름과 수의 순서를 알고 있어야 하며 **일대일대응의 원리, 안정된 수 이름의 원리, 순서 무관의 원리, 기수의 원리, 추상의 원리**가 요구됩니다.

• 수 세기는 수의 값을 부르는 복잡한 과정이다. 수 세기를 하는 과정은 '하나'부터 시작하여 일련의 수 이름을 순서대로 말하는 행위와 수 이름을 말할 때 사물을 하나씩 대응하는 행위로 이루어진다. 따라서 수 세기를 하려면 수 이름과 수의 순서를 알고 있어야 한다. 수 세기에는 기계적인 수 세기와 합리적인 수 세기가 있다. '기계적인 수 세기'란 수 이름을 단지 암기해서 말하는 수 세기를 의미하고, '합리적인 수 세기'란 물체와 연결하여 수 세기를 하는 것으로 수 이름을 말하면서 물체의 수를 세는 것을 말한다. 합리적인 수 세기를 하려면 다음과 같은 원리가 요구된다. 이러한 수 세기의 원리를 정확하게 인지하지 못하는 경우 다양한 오류를 보이게 된다. 따라서 수 세기의 원리를 따라야 합리적인 수 세기가 가능하다.

일대일대응의 원리	→	<ul style="list-style-type: none"> • 세는 대상에는 하나의 수 이름이 할당된다. 즉, 대상과 수 이름 사이에 일대일대응을 할 수 있어야 한다는 것이다
안정된 수 이름의 원리	→	<ul style="list-style-type: none"> • 대상을 셀 때 수 이름은 정해진 순서대로 사용 해야 한다. '하나, 둘, 셋, 넷, 다섯.....' 또는 '일, 이, 삼, 사, 오.....'와 같이 수 이름은 항상 고정된 순서로 사용해야 한다.
순서 무관의 원리	→	<ul style="list-style-type: none"> • 수 이름은 순서대로 명명해야 하지만 세려는 대상의 순서는 고정되지 않는다. 각각의 대상을 한 번씩 세기만 하면 된다. 즉, 어떤 순서로 세어도 그 결과는 같다는 것이다.
기수의 원리	→	<ul style="list-style-type: none"> • 대상의 개수는 마지막 대상을 셀 때 사용한 수 이름이다.
추상의 원리	→	<ul style="list-style-type: none"> • 셀 수 있는 대상은 그것이 어떤 사물인지에 상관없이 셀 수 있고, 구체적인 사물뿐만 아니라 상상의 것도 셀 수 있다

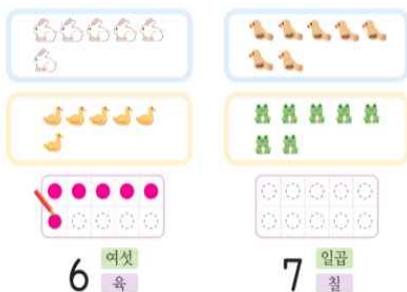
질의응답(Q&A)

Q1 수 개념과 수 감각은 어떻게 지도할까요?

A1 수 개념과 수 감각은 입학하기 전의 수 세기 경험을 바탕으로 **모델, 수 이름, 수학적 기호**를 연결하고, 수들 사이의 관계를 이해하도록 지도합니다

- 학생들은 입학하기 전부터 이미 실생활에서 수를 다루며 수 세기 경험을 하게 된다. 자연수를 지도할 때는 이러한 수 세기 경험을 바탕으로 수를 형식화하고 확장한다. 교실에 놓인 물건이나 사진 속의 사물들, 동화 속의 등장인물과 소재 등을 세어 보는 활동에서 사물의 개수로서의 자연수의 의미를 이해하게 한다. 수 개념을 이해하도록 하려면 **모델(시각적 표현), 수 이름(언어적 표현), 수학적 기호(숫자)**를 연결하고, 다양한 대상과 경험에서 수 개념을 추상화하도록 지도한다.

◆ 수를 알아봅시다



- 수 감각은 이후의 계산력 발달에 필수 조건이다. 5개 또는 6개로 이루어진 작은 묶음의 대상을 시각적으로 인식하고, 그 개수를 올바르게 말할 수 있어야 한다. 이런 즉각적인 인식은 시간을 절약하고, 좀 더 세련된 수 세기 기능을 개발시키며 이후의 덧셈과 뺄셈의 발달에 도움이 된다. **작은 묶음에서 대상의 개수를 시각적으로 인식하는 활동**은 '더 많다, 더 적다, 앞에, 뒤에, 하나 더 많다, 하나 더 적다'와 같은 중요한 용어를 도입하고 사용하는 기회를 제공한다.
- 더 나은 수 감각을 개발하려면 5까지의 수를 가르칠 때 규칙성에 초점을 맞추어야 하고, 시각적 인식 기능을 강조해야 한다. 십 배열판, 수직선, 100까지의 수 배열표와 같은 도구는 10까지 그리고 그 이상의 수들 간의 관계를 탐구하고 이해하는 데 훌륭한 도구이다.
- 수 세기 기능은 초등학교에 입학하기 전부터 시작되지만 숫자를 쓰기에 적절한 시기가 되기 전까지는 세심하고 체계적인 지도하에 개념 발달이 이루어져야 한다. 합리적인 수 세기를 위해서는 **일대일대응의 원리, 안정된 수 이름의 원리, 순서 무관의 원리, 기수의 원리**와 같은 수 세기 원리를 따라야 한다. 수 세기에는 여러 가지 수준이 있지만 궁극적으로 기계적인 수 세기부터 시작해서 **앞으로 또는 거꾸로 세기, 뛰어 세기**로 발전한다. 수 세기 기능은 초등학교 중간 학년에서도 계속 발전하며, 때로는 일생에서 점점 더 세련되게 발전한다. 말로 하는 수 세기는 수를 쓸 수 있는 기능으로 발전한다.
- 0부터 10까지의 수에 대한 수 개념과 수 세기 기능은 더 큰 수의 유의미한 발달에 필수적이다. 학생들은 사물의 집합, 수 이름, 숫자, 수들 사이의 순서 관계를 확실히 이해해야 한다. 이러한 지식은 초등학교 수학의 성공적인 학습에 기초가 되고 큰 수와 **자릿값**을 이해하는 데 필요하다

질의응답(Q&A)

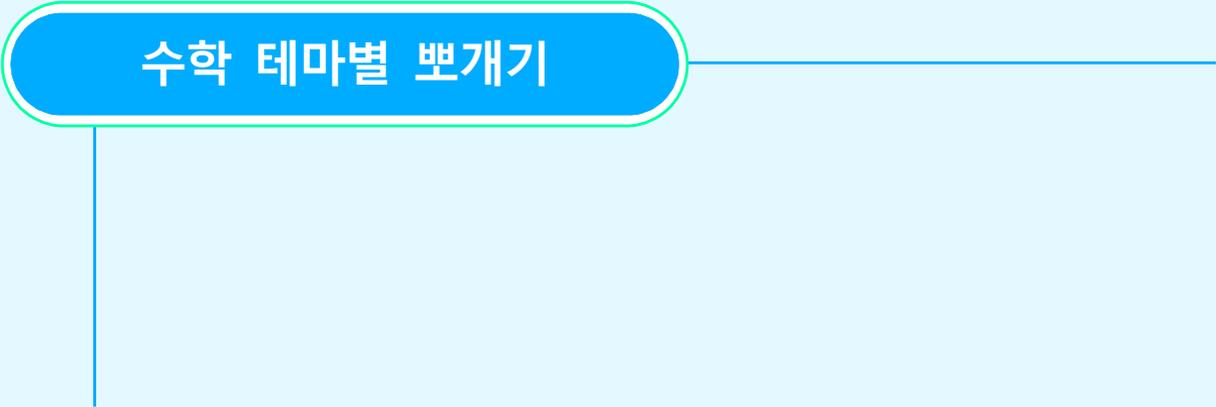
Q2 수를 읽고 쓸 때 유의할 점은 무엇인가요?

A2 수 읽기에서는 수사를 정확히 사용하여 수를 읽어야 수가 나타내는 정확한 의미를 표현할 수 있습니다. 또한 숫자는 필순과 모양에 따라 바른 순서로 쓸 수 있도록 지도합니다.

- 우리나라는 수를 읽을 때 **우리말 수사와 한자어 수사**를 사용하는 방법을 동시에 사용한다. 이 점은 학생들이 수를 읽을 때 혼란을 겪는 부분이기도 하다. 따라서 수를 세거나 읽는 방법을 지도할 때 이 두 가지 방법을 모두 다루어야 한다. 다만, 우리말 수사를 사용할 경우에는 우리말로만 읽도록 하고, 한자어 수사를 사용할 경우에는 한자어로만 읽도록 한다. 예컨대, 67은 '예순일곱' 또는 '육십칠'로 읽고 '육십일곱'으로 읽지 않도록 한다. 우리말 수사와 한자어 수사는 그것이 사용되는 맥락이나 방식에 차이가 있다.

우리말 수사	→	<ul style="list-style-type: none"> • 개수나 횟수를 나타낼 때, 순우리말 단위가 붙을 때 사용한다. 즉, 이산량과 관련된 집합 수를 나타낼 때 사용한다. 예를 들어 사과 다섯 개, 나이 일곱 살 등을 나타낼 때 우리말 수사를 사용한다. 똑같이 나이를 소개할 때 숫자 뒤에 오는 단위에 따라 같은 수를 다르게 읽어야 하는 상황도 있다. 예컨대, 나이를 말할 때 일곱 살 또는 칠 세라고 말하지만 일곱 세 또는 칠 살이라고 말하지 않는다.
한자어 수사	→	<ul style="list-style-type: none"> • 차례나 번호를 붙일 때, 측정된 값을 나타낼 때, 한자어 단위가 붙을 때 사용한다. 즉, 순서수, 이름수, 연속량의 측정수인 경우 사용한다. 예를 들어 아파트의 동수를 나타내는 5동, 자기 반을 소개하는 1학년 5반, 물건의 길이를 나타내는 5 cm 등을 읽을 때 한자어 수사를 사용한다.
수사를 구분해야 하는 까닭	→	<ul style="list-style-type: none"> • 상황에 따라 어떤 수사를 사용하는지에 대한 원칙과 관습이 존재할 뿐만 아니라 어떤 수사를 사용하느냐에 따라 전혀 다른 의미로 해석될 수 있기 때문이다. 예를 들어 책을 '다섯 쪽' 읽었다는 말과 '오 쪽' 읽었다는 말은 전혀 다른 의미로 읽힌다. 전자의 경우 횟수 또는 개수를 강조하는 것으로 읽고 있는 책의 1쪽부터 5쪽까지 모두 읽었다는 양의 의미를 나타내는 반면, 후자의 경우는 읽고 있는 쪽 중 5번째 쪽을 읽었다는 순서와 차례의 의미를 강조하는 표현이다. '5반'을 '다섯 번'으로 읽으면 횟수를 나타내지만, '오 번'이라고 읽으면 반 번호와 같이 이름수를 나타내게 된다. '5학년'을 '오학년'으로 읽으면 이름수를 의미하고, '다섯 학년'이라고 읽으면 학년이 다섯 개 있다는 집합수를 의미하게 된다. 따라서 수사를 정확히 사용하여 수를 읽어야 수가 나타내는 정확한 의미를 표현할 수 있다.
숫자 쓰기 지도	→	<ul style="list-style-type: none"> • 숫자는 필순과 모양에 따라 바른 순서로 쓸 수 있도록 한다. 다만 눈과 손 사이의 조정 능력 부족 등 숫자 쓰기에 어려움이 있는 경우 손가락으로 써 보기, 점선으로 주어진 수 따라 써 보기 등으로 수 쓰기에 익숙해지도록 한다.

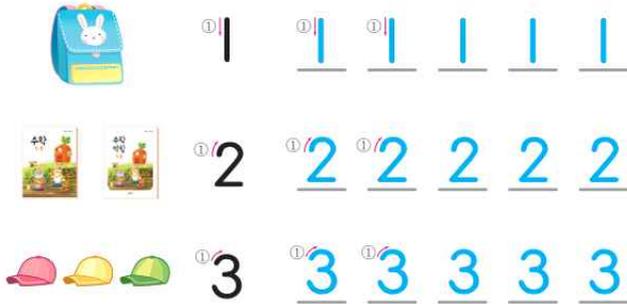
수학 테마별 뽀개기



자연수의 의미

① 집합수

집합수는 어떤 집합의 원소가 몇 개인가를 나타낼 때 사용하는 수이다



② 순서수

순서수는 대상이 순서대로 나열되었을 때 상대적인 위치를 나타내는 수이다.

순서를 알아볼까요



③ 이름수

이름수 또는 명목수는 사물에 이름을 붙이거나 분류하기 위한 목적으로 사용하는 수이다.

④ 측정수

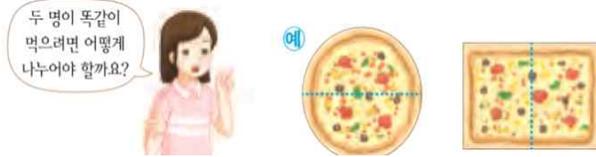
측정수는 연속량인 대상을 측정한 결과를 나타내는 수로 단위의 배수로써 수의 의미이다. 길이, 무게, 들이, 부피, 시간 등은 세어서 나타내는 것이 아니라 양을 측정한 결과이다. 5m, 5kg, 5mL, 5cm, 5시간에서 '5'는 측정수이다

분수의 의미

① 전체-부분의 의미

전체를 똑같이 나눈 것 중 일부분의 크기를 나타내는 것으로, 연속량의 경우 피자 한 판을 5등분했을 때 그중 하나를 $\frac{1}{5}$ 로 나타내거나 이산량의 경우 구슬 4개를 구슬 20개의 $\frac{1}{5}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다.

■ 연속량



■ 이산량

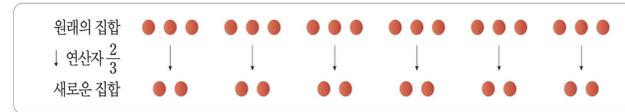
● 전체 6개를 똑같이 2부분으로 나누어 보세요.



부분 $\frac{3}{6}$ 은 전체 $\frac{6}{6}$ 를 똑같이 2부분으로 나눈 것 중의 $\frac{1}{2}$ 입니다.

② 연산자의 의미

$\frac{a}{b}$ 만큼 확대하거나 축소하는 것으로 연속량의 경우 도형을 $\frac{2}{3}$ 만큼 축소하거나 $\frac{2}{3}$ 만큼 확대하거나 12cm의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 길이를 구하거나 이산량의 경우 구슬 12개의 $\frac{2}{3}$ 에 해당하는 수를 구하는 것 등이 이에 해당한다.



③ 측정의 의미

양의 측정 과정에서 나타나는 자투리를 나타내는 것으로 측정하려는 양이 주어진 단위의 정확히 몇 배가 아닐 때 주어진 단위를 똑같이 분할하여 측정 결과를 자세히 나타내는 것이 이에 해당한다.

④ 비의 의미

두 양의 상대적인 크기인 비를 나타내는 것으로 남학생 10명, 여학생 20명으로 이루어진 학급에서 남학생과 여학생을 곱셈적으로 비교하여 여학생에 대한 남학생의 비율을 $\frac{10}{20}$, 즉 $\frac{1}{2}$ 로 나타내거나 전체 학생 수에 대한 여학생의 비율을 $\frac{20}{30}$, 즉 $\frac{2}{3}$ 로 나타내는 것이 이에 해당한다.

분수의 의미

비	비는 두 양 사이의 관계를 ':'를 사용하여 나타낸 것입니다.	예) 2:4, 5:10 비 2:4에서 4는 기준량, 2는 비교하는 양입니다.
비율	비율은 기준량에 대한 비교하는 양의 크기이고, (비율) = $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 입니다. 백분율은 기준량을 100으로 할 때의 비율입니다.	예) 비 2:4의 비율은 $\frac{2}{4}(=0.5)$ 입니다. 비 5:10의 비율은 $\frac{5}{10}(=0.5)$ 입니다. 예) 비율 $\frac{65}{100}$ 을 백분율로 65%라고 쓰고, 65 퍼센트라고 씁니다.
비례식	비례식은 비율이 같은 두 비를 등호로 나타낸 식입니다.	예) 2:4 = 5:10

⑤ 몫의 의미

자연수를 자연수로 나누었을 때의 몫을 뜻한다.

● 3÷5를 분수로 나타내어 보세요.

0
1

- 수막대 3개를 각각 똑같이 5로 나누어 보세요.
- 그중 1개는 분수로 얼마인가요?
- 3÷5는 분수로 얼마인가요?
- 왜 그렇게 생각하나요?

소수의 의미

소수의 의미



자연수 덧셈과 뺄셈 문제 상황

① 첨가 상황

첨가 상황은 처음 있던 양이 증가하도록 보태는 것과 같은 변화를 일으키는 행위나 시간에 따른 변화에 관련되는 상황이다. 예를 들면 "나뭇가지 위에 새 5마리가 앉아 있었는데 2마리가 더 날아왔습니다. 나뭇가지에 있는 새들은 몇 마리입니까?"와 같은 상황이다.

② 합병 상황

변화를 일으키는 행위나 시간에 따른 변화와는 관련이 없고 전체 집합과 그 부분 집합의 관계에 관련되는 상황이다. 예를 들면 "물속에 오리가 4마리, 물 밖에 오리 3마리 있습니다. 오리는 모두 몇 마리입니까?"와 같은 상황이다.



$6 + 2 = 8$

$4 + 2 = 6$

③ 제거 상황

제거 상황은 처음 있던 양이 감소하도록 덜어 내는 것과 같은 변화를 일으키는 행위나 시간에 따른 변화와 관련되는 상황이다. 예를 들면 "주차장에 있던 자동차 5대 중 2대가 나갔습니다. 주차장에는 자동차가 몇 대 있습니까?"와 같은 상황이다.

④ 비교 상황

비교 상황은 서로소인 두 집합의 크기를 비교하는 것과 관련되는 상황이다. 예를 들면 "민영이는 구슬 8개를 가지고 있고, 민지는 구슬 5개를 가지고 있습니다. 민영이는 민지보다 몇 개의 구슬을 더 가지고 있습니까?"와 같은 상황이다.



$6 - 2 = 4$



$7 - 5 = 2$

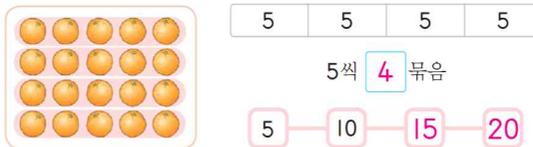
자연수 곱셈 상황

곱셈을 도입하는 데 가장 기본적이고 이해하기 쉬운 상황이다. 묶음은 곱셈의 개념 가운데 배의 개념과 동수누가를 동시에 설명하기 위해 제시되는 상황이다.

예 : 6자루씩 묶여 있는 색연필이 5묶음 있습니다. 색연필은 모두 몇 자루일까요?

오렌지는 모두 몇 개인지 묶어 세어 봅시다.

• 오렌지의 수는 5씩 몇 묶음일까요?



묶음의 특수한 경우에 해당하는데 직사각형 모양으로 가지런하게 대상이 정렬되어 있을 때, 모두 몇 개인지 쉽게 셀 수 있도록 제시되는 상황이다.

예 : 체육 시간에 학생들이 4명씩 6줄로 서 있습니다. 학생들은 모두 몇 명일까요?

개별 항목의 수와 그에 해당하는 비율이 주어졌을 때, 전체의 값을 구하게 하는 상황이다.

예 : 한 개에 300원 하는 물건 5개의 값은 얼마일까요?

2개 이상의 집합에서 집합의 크기를 비교하는 상황으로, 예를 들어 A집합의 크기가 주어지고 B집합의 크기가 A집합의 크기의 몇 배라고 할 때, B집합의 크기를 구하는 상황이다.

예 : 민수는 모형(연결큐브)을 2개 가지고 있고, 지수는 민수의 3배를 가지고 있습니다. 지수가 가진 모형(연결큐브)은 모두 몇 개일까요?

두 가지 유형의 항목을 각각 짝 지어서 나타낼 때, 모든 경우의 수를 구하게 하는 상황이다.

예 : 윗옷 3벌과 바지 4벌이 있습니다. 윗옷과 바지를 입을 수 있는 방법은 모두 몇 가지일까요?

직사각형의 가로와 세로의 길이가 주어졌을 때, 단위 넓이의 개수를 구하게 하는 상황이다.

예 : 가로 8m, 세로 7m인 직사각형 모양의 땅이 있습니다. 이 땅의 넓이는 얼마일까요?

자연수 나눗셈 상황

① 등분제

등분제는 전체의 수와 분배할 묶음의 수를 알고 한 묶음의 수를 구하는 나눗셈을 의미한다.



② 포함제

포함제는 전체의 수와 묶음의 수를 알고 전체를 한 묶음의 수가 같도록 여러 묶음으로 분배할 때 묶음이 몇 개 만들어지는지 구하는 나눗셈이다.



③ 곱셈의 역과 카테시안 곱의 역

곱셈의 역 상황은 곱셈의 역조작으로서 나눗셈 상황을 의미한다. 이는 배의 상황의 역을 의미하는 것으로, 곱과 하나의 인수를 알고 있을 경우 다른 인수를 나타내는 수를 알아내는 경우에 해당한다. 예를 들어 "주스 $\frac{1}{4}$ L는

주스 $\frac{3}{4}$ L의 몇 배인가?" 또는 "우주는 주스 $\frac{3}{4}$ L를 가지고 있고 우주는 은하의 3배만큼 가지고 있다면 은하가 가진 주스는 몇 L인가?"를 구하는 경우이다

한편 카테시안 곱 상황이란 양과 양의 곱 또는 차원과 차원의 곱 상황을 뜻하는 것으로 동수누가나 배의 개념과는 구분된다. 예를 들어 '넓이가 30㎡인 직사각형의 가로가 5cm일 때, 세로는 몇 cm인가?'를 알아보는 나눗셈 상황을 뜻한다. 세로는 $30 \div 5$ 로 구할 수 있으며, 6cm이다. 카테시안 곱의 역 상황은 직사각형의 넓이와 한 변의 길이를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구하는 상황뿐 아니라 밑넓이와 높이의 관계를 이용하여 나머지 변의 길이를 구하는 상황, 시간과 거리의 관계를 이용하여 속력을 구하는 상황 등과 같이 다양하게 제시될 수 있다.

④ 단위 비율 결정

단위 비율 결정 상황은 불특정한 비율(분수)로 주어진 값을 기본 단위에 해당하는 값으로 환산한 양을 구하는 경우이다

[나눗셈 상황; 단위 비율 결정 상황]

준기가 캔 조개 $\frac{4}{5}$ kg를 통에 담아 보니 통의 $\frac{2}{3}$ 가 채워졌습니다. 한 통을 가득 채울 수 있는 조개의 무게를 알아보십시오.

자연수 포함제

가. 포함제

나누어지는 수가 나누는 수의 몇 배인지를 구하는 포함제 상황에서 $824 \div 35$ 의 몫을 구할 때, 824에서 35를 몇 번 뺄 수 있는지 바로 알기는 어렵다. 두 자리 수인 몫을 바로 구할 수 없는 상황에서 사용할 수 있는 유용한 방법은 **몫의 십의 자리를 먼저 구하고 그 다음에 몫의 일의 자리를 구하는 것이다.** 824에서 35를 몇십 번 뺄 수 있는지를 구할 때, 824의 일의 자리인 4는 고려하지 않아도 된다. 그러므로 **820에서 35를 몇십 번 뺄 수 있지만 생각하면 된다.**

$$\begin{array}{r}
 35 \overline{) 824} \\
 \underline{700} \quad \leftarrow 35 \times 20 \\
 124 \\
 \underline{105} \quad \leftarrow 35 \times 3 \\
 19
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 35 \overline{) 824} \\
 \underline{700} \\
 124 \\
 \underline{105} \quad \leftarrow 35 \times 3 \\
 19
 \end{array}$$

▲ [그림 3] 포함제 상황에서 $824 \div 35$ 의 계산

$824 \div 35$ 를 세로셈에서 십의 자리의 몫을 구할 때, 일의 자리인 4를 가린 채 82에는 35가 몇 번 포함되는지 묻기도 하는데, 여기서 82에는 35가 몇 번 포함되는지가 실제로 뜻하는 것은 820에 35가 몇십 번 포함되는지이며 몫의 십의 자리에 있는 2는 35가 820에 20번 포함된다는 것을 뜻한다. 이러한 생각을 드러내지 않고 단순히 일의 자리인 수 4를 가리고 82에는 35가 몇 번 들어가는지 알아보면 된다고 지도하면, 학생들은 왜 그렇게 하는 것인지 모른 채 기계적으로 계산 방법을 외울 우려가 있다.

자연수 등분제

나. 등분제

(세 자리 수) \div (몇십몇)에서 포함제와 더불어 등분제 상황을 제공하면, 학생들이 이전에 등분제 상황에서 학습한 자연수 나눗셈 방법을 확장하는 경험을 할 수 있다. 예를 들어 $476 \div 14$ 를 등분제 상황에서 다음과 같이 구할 수 있다.

- ① 먼저 백 모형 4개를 14명에게 한 개씩 나누어 줄 수 없으므로 몫의 백의 자리는 없다.
- ② 백 모형 4개를 십 모형으로 바꾸면, 십 모형은 모두 47개가 된다.
- ③ 십 모형 47개를 14명에게 똑같이 3개씩 나누어 주면, 십 모형 5개가 남는다.
- ④ 남은 십 모형 5개를 일 모형 50개로 바꾸면, 일 모형은 56개가 된다.
- ⑤ 일 모형 56개를 14명에게 똑같이 나누어 주면 한 명에게 4개씩 나누어 줄 수 있다. 따라서 몫은 34이다.

다음의 세로셈은 앞의 생각의 과정을 따라 설명될 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 476} \\
 \underline{420} \quad \leftarrow 30 \times 14 \\
 56 \\
 \underline{56} \quad \leftarrow 4 \times 14 \\
 0
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 14 \overline{) 476} \\
 \underline{420} \\
 56 \\
 \underline{56} \\
 0
 \end{array}$$

$34 \leftarrow 30 + 4$
 $4 \leftarrow 56 \div 14$

▲ [그림 4] 등분제 상황에서 $476 \div 14$ 의 계산

등분제 상황에서 자연수 나눗셈의 일반적인 계산 원리 이해는 장차 (소수) \div (자연수)의 계산 원리 이해에도 도움이 될 수 있다.

분수

합병	→	• 종이의 $\frac{1}{4}$ 에는 빨간색, $\frac{2}{4}$ 에는 노란색을 색칠하였다. 색칠한 부분은 전체의 얼마인가?
첨가	→	• 물 $\frac{1}{5}$ L가 들어 있는 그릇에 물 $\frac{2}{5}$ L를 더 부었다. 그릇에 들어 있는 물은 얼마인가?
제거	→	• 피자 $\frac{3}{4}$ 판이 있는데 동생이 $\frac{1}{4}$ 판만큼 먹었다. 남은 피자는 얼마인가?
비교	→	• $\frac{4}{6}$ 시간 동안 수학을, $\frac{3}{6}$ 시간 동안 과학을 공부하였다. 어느 과목을 얼마나 더 많이 공부하였는가?
동치	→	• 우유가 A병에는 $\frac{2}{3}$ L, B병에는 $\frac{1}{3}$ L 들어 있다. B병에 얼마나 더 부어야 A병의 우유와 같아지겠는가?

분수

등분제	→	<p>• (분수)÷(자연수)는 주로 등분제 상황에서 도입된다.</p> <p>피자 한 판의 $\frac{6}{8}$을 2명이 똑같이 나누어 가지는 상황은 피자 6판을 2명이 똑같이 나누어 가지는 상황과 유사하다. 나누어 가지는 대상이 피자 한 판에서 한 판의 $\frac{1}{8}$개인 피자 조각으로 바뀌었을 뿐이다. 둘 다 6을 2로 나누는 활동을 해야 하며, 분배하는 단위가 달라질 뿐이다. 따라서 자연수 나눗셈과 유사한 방법으로 몫을 구할 수 있으며 구한 몫의 단위가 자연수가 아닌 단위분수라는 점만 다를 뿐이다. 따라서 다음과 같이 정리할 수 있다.</p> <p>① 피자 한 판의 $\frac{6}{8}$은 $\frac{1}{8}$이 6개 있는 것과 같다.</p> <p>② 6개를 2명에게 똑같이 나누어 주면 $6 \div 2 = 3$(개)씩 가지게 된다.</p> <p>③ 피자 한 판의 $\frac{6}{8}$을 똑같이 2명이 나누어 가지면 피자 한 판의 $\frac{1}{8}$ 크기의 조각을 3개씩 가지게 된다.</p> <p>④ 따라서 $\frac{6}{8} \div 2$는 $6 \div 2$를 이용하여 구할 수 있다. $\Rightarrow \frac{6}{8} \div 2 = \frac{6 \div 2}{8}$</p> <p>⑤ 일반적으로 $\frac{b}{a} \div c$는 $b \div c$를 이용하여 구할 수 있다. $\Rightarrow \frac{b}{a} \div c = \frac{b \div c}{a}$</p>
포함제	→	<p>• 전체량을 한 단위의 크기로 똑같이 나누었을 때 전체량은 한 단위의 크기의 몇 배가 되는가?</p>

분수의 곱셈의 맥락

<p>묶음 상황</p>	<p>→</p> <ul style="list-style-type: none"> 첫째, 묶음 상황은 (분수)×(자연수)에서 동수누가의 방법을 이용하여 학생들이 알고 있는 분수의 덧셈 방법으로 시작하고 이를 분수의 곱셈과 연결하기에 용이하다. 또한 $6 \times \frac{1}{3}$ 과 같이 (자연수)×(분수)에서 사탕 6개를 3묶음으로 나눈 것 중의 한 묶음으로 나타내는 것도 묶음 상황으로 구분할 수 있는데 자연수가 승수의 분모의 배수인 경우에 자연스럽다.
<p>비율 상황</p>	<p>→</p> <ul style="list-style-type: none"> 둘째, 비율 상황은 승수가 배의 의미를 갖는 상황으로 모든 분수 상황에서 활용할 수 있다. 특히 비율 상황에서 학생들은 승수를 연산자로서의 분수로 이해하고 피승수를 승수의 분모만큼 분할한 후에 분자만큼 취하는 조작적인 과정에 참여할 수 있다.
<p>넓이 상황</p>	<p>→</p> <ul style="list-style-type: none"> 셋째, 넓이 상황은 위의 두 상황과 다르게 피승수와 승수가 각각 측정량을 의미한다. 묶음 상황에서는 피승수가 측정량일 경우에 승수는 측정량을 반복하는 횟수를 의미하고, 비율 상황에서는 피승수가 측정량일 경우에 승수는 측정량에 취하는 조작을 의미하는데 넓이 상황일 경우에는 피승수와 승수가 모두 길이를 나타낸다. 따라서 초등 학생들이 넓이를 곱의 개념으로 이해하기에는 어려움이 있을 수 있다. 그러나 초등학 교에서는 넓이의 의미를 단위 넓이가 가로와 세로에 각각 몇 번 들어가는지를 측정하는 것으로 이해하므로 분수의 곱셈에서 직사각형 넓이 모델을 이용하여 전체 단위를 가로와 세로, 양방향으로 분할하는 과정을 통해 분수 알고리즘과 연결하여 다루기에 용이하다.

교과서의 분수의 곱셈 단위



- (분수)×(자연수)에서는 묶음 상황으로 제시하고, (자연수)×(분수)에서 자연수가 승수의 분모의 배수인 경우에는 몇 묶음으로 나눈 것 중의 몇 묶음 상황으로 접근하여 알고 있는 지식과 연결하도록 하고 자연수가 승수의 분모와 서로소(공통되는 약수가 1밖에 없는 수)인 경우에는 비율 상황으로 제시하여 승수가 연산자로서의 분수임을 이해할 수 있도록 한다. 또한 (분수)×(분수)는 비율 상황으로 제시하더라도 넓이 모델을 이용하여 전체 단위가 가로와 세로로 몇 등분되는지 살펴보는 과정을 통해 분수의 곱셈 알고리즘과 연결하도록 한다.
- 넓이 모델은 영역 모델을 포함하는 일반적인 모델로, 영역 모델에서 각 부분이 똑같은 모양이어야 한다는 제한을 없앤 것이다. 넓이 모델은 가로와 세로 양방향으로 등분할 가능한 직사각형 내에서 각 부분을 넓이로 나타낼 수 있는 모델이다.

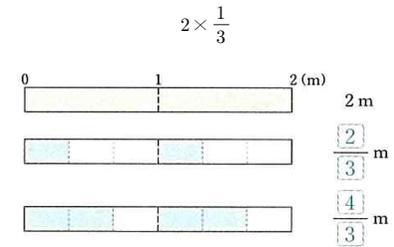
예를 들어 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$ 의 경우 다음과 같은 넓이 모델을 사용하여 지도할 수 있다.

① 자연수가 승수의 분모의 배수인 경우

• $6 \times \frac{2}{3}$ 는 $6 \times \frac{1}{3}$ 의 2배이므로 $6 \times \frac{2}{3} = 6 \times \frac{1}{3} \times 2$ 입니다

② 자연수가 승수의 분모와 서로소인 경우

• $2 \times \frac{1}{3}$ 의 경우에 색칠한 양이 2m를 전체로 하였을 때 6등분한 것 중 2개이므로 $\frac{1}{3}$ 이라고 생각하는 학생들에게 색칠한 양은 1m를 기준으로 해석해야 한다는 것을 지도한다.



③ 넓이 모델



분수

① 분수 나눗셈 문제 상황

분수 나눗셈의 지도는 주어진 상황이 분수 나눗셈으로 나타내어지는 상황인가에 대한 것과 분수 나눗셈 알고리즘을 사용하여 분수 나눗셈을 계산할 수 있도록 하는 것이 필요하다. 자연수의 나눗셈을 배울 때에는 우리는 주로 등분제와 포함제의 상황을 바탕으로 문제 상황을 만들었다.
 분수의 나눗셈의 의미는 곧 알고리즘의 의미와 연결되는데 위에서 설명한 자연수의 나눗셈 상황이 분수 나눗셈에서도 확장될 수 있다.

먼저 등분제의 경우에는 분배로서의 나눗셈으로 자연수 또는 분수를 자연수로 나누는 경우이다. 이 단원의 경우 제수가 자연수인 문제 상황을 다루기 때문에 등분제 상황이 많이 제시되었다.

포함제의 경우에는 한 수가 다른 수에 몇 번 들어 있는지를 알아보는 상황으로 몇 개, 몇 번, 몇 사람과 같이 몫이 이산량으로 주어지면 분수 나눗셈의 계산 결과와 일치하지 않는 상황이 발생할 수 있다.

2학기에서 학습하는 제수가 분수인 분수 나눗셈의 경우에는 단위 1에 대한 양을 구하는 것과 관련된 단위 비율 결정 상황도 제시하게 된다.

그 외에도 하나의 인수가 빠진 상황에서 곱셈의 역조작을 통해 답을 구할 수 있는 곱셈의 역 의미와 직사각형의 넓이와 한 변의 길이를 알 때 다른 한 변의 길이를 구하는 상황인 카테시안 곱의 역 의미도 분수 나눗셈의 문제 상황으로 제시될 수 있다.

② 분수의 나눗셈에서 등분제와 포함제의 의미

분수의 나눗셈에서 등분제는 전체량과 단위의 수를 알고 전체량을 단위의 수로 똑같이 나누었을 때 한 단위의 크기를 구하는 나눗셈을 의미한다. 분수의 나눗셈에서 등분제 상황은 나누는 수가 자연수인 경우와 나누는 수가 분수인 경우로 구분할 수 있다. 일상생활에서 주어진 양을 2등분, 3등분과 같이 자연수로 등분하는 상황은 자연스럽지만, 분수로 등분을 하는 경우는 $\frac{1}{3}$ 등분, $\frac{2}{3}$ 등분과 같은 용어로 나타내는 것이 적절하지 않기 때문에 배의 개념이나 단위 비율 결정 맥락과 같은 확장된 개념을 적용할 필요가 있다.

한편 분수의 나눗셈에서 포함제는 전체량을 한 단위의 크기로 똑같이 나누었을 때 전체량이 한 단위의 크기의 몇 배가 되는지를 구하는 나눗셈으로 정의할 수 있다. 분수의 나눗셈에서 나타나는 포함제 상황은 자연수의 나눗셈의 포함제 상황을 확장한 것이다. $10 \div 2$ 와 같은 자연수의 나눗셈은 동수누감을 통하여 쉽게 몫을 구할 수 있는 것과 달리 $10 \div \frac{1}{2}$ 과 같은 분수의 나눗셈은 1보다 작은 분수를 수없이 반복해서 빼는 것이 쉽지 않다. 따라서 분수의 나눗셈에서는 덜어 내는 '뺄셈'을 구하기보다는 피제수가 제수의 '몇 배인지를 구하는 방법으로 포함제를 이해할 수 있다.

분수의 나눗셈에서 등분제와 포함제의 의미

- 등분제: 전체량을 단위의 수로 똑같이 나누었을 때 한 단위의 크기는 얼마인가?
- 포함제: 전체량을 한 단위의 크기로 똑같이 나누었을 때 전체량은 한 단위의 크기의 몇 배가 되는가?

분수

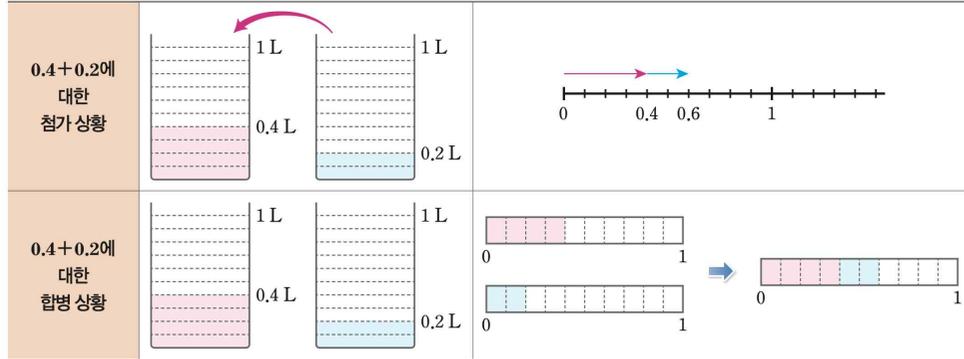
③ 나눗셈의 의미 확장

자연수의 나눗셈에서 분수와 소수의 나눗셈으로 확장되면서 나눗셈의 의미도 확장된다. 등분제, 포함제와 구분되는 분수와 소수의 나눗셈으로 단위 비율 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 등이 있으며, 우리나라의 분수 도입 상황이 등분제와 포함제에만 편중되어 있어 보다 다양한 의미를 소개할 필요가 있다는 주장이 있었다
 $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ 의 계산을 해야 하는 단위 비율 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역에 관한 문제의 예를 들면 다음과 같다

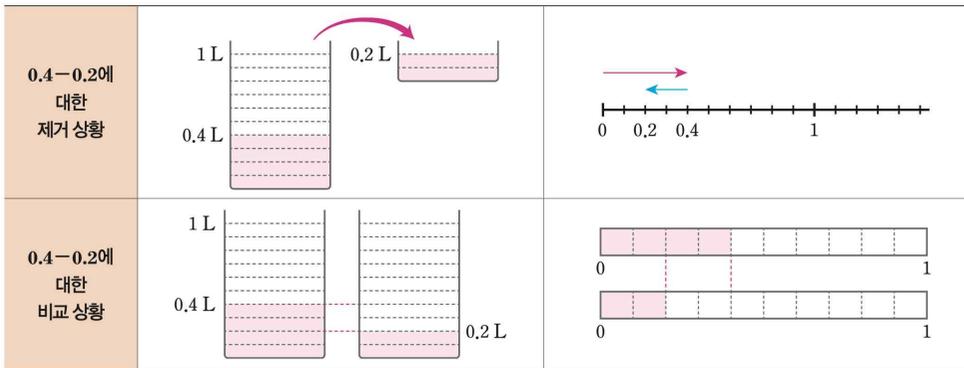
단위 비율 결정	단위 비율의 결정 상황은 불특정한 비율로 주어진 값을 기본 단위에 해당하는 값으로 환산한 양을 구하는 경우이다. ㉠ 무게가 $1\frac{3}{4}$ kg인 철근의 길이를 재어 보았더니 $\frac{1}{2}$ m이었다. 이 철근 1m의 무게는 몇 kg인가?
곱셈의 역	곱셈의 역 상황은 곱셈의 역조작으로서의 나눗셈 상황을 의미한다. 이는 배의 상황의 역을 의미하는 것으로 곱과 하나의 인수를 알고 있을 경우 다른 인수를 나타내는 수를 알아내는 경우에 해당한다. ㉠ 철수가 가진 컵에 $1\frac{3}{4}$ L의 주스가 담겨 있고, 영희가 가진 컵에 $\frac{1}{2}$ L의 주스가 담겨 있다. 철수의 컵에 담긴 주스의 양은 영희의 컵에 담긴 주스의 양의 몇 배인가?
카테시안 곱의 역	양과 양의 곱은 동수누거나 배와는 구분되는 상황으로, 카테시안 곱의 상황에 해당한다. 카테시안 곱의 역은 이러한 상황의 역을 의미한다. 카테시안 곱의 역은 직사각형의 넓이를 알고, 가로와 세로 중 하나의 길이를 알고 있을 때 다른 한 변의 길이를 찾는 경우이다. ㉠ 가로가 $\frac{1}{2}$ m이고 넓이가 $1\frac{3}{4}$ m ² 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 세로는 몇 m인가?

소수

① 소수의 덧셈



② 소수의 뺄셈



등분제	1.2kg의 과자를 3명에게 똑같이 나누어 주면 한 명당 몇 kg의 과자를 가지게 되는가?
포함제	1.2m의 줄을 0.4m씩 잘라내면 모두 몇 조각을 만들 수 있는가

소수

③ 소수의 곱셈 연산의 의미

가. 동수누가 또는 배의 개념

(소수)×(자연수)의 경우 0.5×4를 0.5+0.5+0.5+0.5로 동수누가의 의미로 생각할 수 있다. 반면에 (자연수)×(소수) 또는 (소수)×(소수)의 경우에는 동수누가의 의미로 설명하기가 어려우며 '배'의 개념으로 접근해야 한다. 즉, '동수누가'라는 덧셈적 관점에서 '배'라는 곱셈적 관점으로 학생들의 관점을 확장시켜야 하는 것이다. 이때 '배'는 연산자(operator)의 의미로 생각할 수 있다.

나. 비교(Comparison)

기준량의 '몇 배'로 주어진 미지의 양을 구하는 문제의 형태로 소수의 곱셈 연산이 적용될 수 있는 상황이다. 또한 기준이 되는 한 집합의 크기와 다른 한 집합의 크기를 서로 비교하여 한 집합의 크기가 다른 기준이 되는 집합의 크기의 몇 배가 되는지를 구하는 경우에 해당하는 것으로 소수의 곱셈 연산이 이루어지는 경우이다.

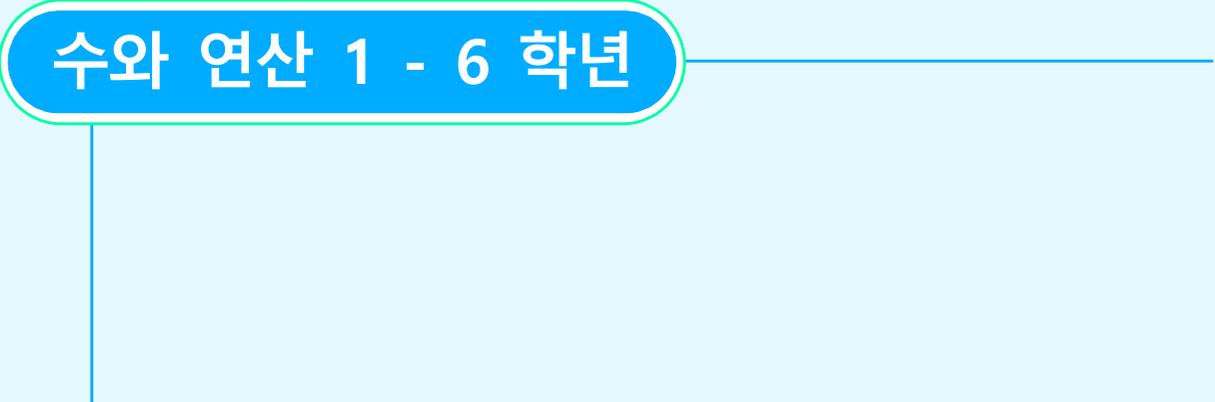
다. 넓이(Area)

주어진 가로와 세로의 길이를 보고 직사각형의 넓이를 구하는 문제로 주어진 상황에 따라 소수의 곱셈 연산이 적용되는 경우이다. 길이가 정확히 자연수로 주어지는 경우보다 소수로 주어지는 경우가 많으므로 소수의 곱셈 연산이 실제로 많이 적용되는 형태라고 할 수 있다.

그러므로 학생들에게 소수의 곱셈을 지도함에 있어 위의 세 가지 형태로의 접근이 가능하다. 아래 표는 소수의 곱셈 유형에 따른 연산의 의미와 문제 상황 예시이다.

곱셈 유형	연산의 의미	문제 상황 예시
동수누가	같은 크기의 묶음이 몇 개 있는 경우	힘찬이는 이번 주에 0.5L짜리 음료수 3병을 마셨습니다. 이번 주에 힘찬이가 마신 음료수의 양은 몇 L인지 구해 보세요.
비교	기준량의 '몇 배'로 주어진 미지의 양을 구하는 경우	힘찬이는 매일 2km씩 걸기로 목표를 세웠습니다. 첫째 날 목표 거리의 0.7배만큼 걸었습니다. 첫째 날 걸은 거리는 몇 km인지 구해 보세요.
넓이	주어진 가로와 세로로 직사각형의 넓이를 구하는 경우	벽지를 가로가 1.2m, 세로가 3m인 직사각형 모양으로 잘랐습니다. 잘라 낸 벽지의 넓이는 몇 m ² 인지 구해 보세요.

수와 연산 1 - 6 학년



[1-1-1] 9까지의 수

① 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 수 세계에서 가장 핵심은 **안정된 순서의 원리**에 따라 수를 세어야 한다는 것이다. 즉 하나, 둘, 셋, 넷, 다섯 또는 일, 이, 삼, 사, 오와 같이 안정된 순서가 이루어질 때 합리적 수 세기를 할 수 있다. 또한 사물의 수를 셀 때 사물 하나와 수 이름 하나를 **일대일대응**하여 세도록 하며 중복하거나 누락하여 세지 않도록 유의하여 지도한다.
- 수 개념을 **추상화**하기 위해 개수는 같지만 다른 종류의 물건을 제시하여 공통된 수 개념을 이해하고 추론하도록 지도한다.
- 수 개념을 지도할 때 연결 모형, 바둑돌, 십 배열판 등의 구체물을 활용한 구체적인 수 세기로 수 개념을 구성할 수 있도록 한다.
- 수를 읽는 방법에는 '하나, 둘, 셋.....'과 같이 우리말로 읽는 방법과 '일, 이, 삼.....'과 같이 한자어로 읽는 방법이 있다. 두 가지 수 이름에 학생들이 익숙해질 수 있도록 한다.
- 1부터 9까지 순서대로 세기뿐만 아니라 9부터 1까지 거꾸로 세기 등 다양한 방법으로 수의 순서를 익히도록 한다.
- 일상생활에서 '0개', '0권'과 같이 0을 넣어 말을 하는 경우는 많지 않지만, **'아무것도 없음'을 나타낼 때 0을 사용하는 것**을 이해하도록 지도한다.
- 수의 크기를 비교할 때는 '크다', '작다'를 사용하여 말한다는 점에 유의한다

② 수 세기 원리

- **일대일대응의 원리** - 세는 대상에는 하나의 수 이름이 할당된다. 즉, 대상과 수 이름 사이에 일대일대응을 할 수 있어야 한다는 것이다
- **안정된 수 이름의 원리** - 안정된 수 이름의 원리이다. 대상을 셀 때 수 이름은 정해진 순서대로 사용해야 한다. '하나, 둘, 셋, 넷, 다섯.....' 또는 '일, 이, 삼, 사, 오.....'와 같이 수 이름은 항상 고정된 순서로 사용해야 한다.
- **순서 무관의 원리** - 수 이름은 순서대로 명명해야 하지만 세려는 대상의 순서는 고정되지 않는다. 각각의 대상을 한 번씩 세기만 하면 된다. 즉, 어떤 순서로 세어도 그 결과는 같다는 것이다.
- **기수의 원리** - 대상의 개수는 마지막 대상을 셀 때 사용할 수 이름이다.
- **추상의 원리** - 셀 수 있는 대상은 그것이 어떤 사물인지에 상관없이 셀 수 있고, 구체적인 사물뿐만 아니라 상상의 것도 셀 수 있다

③ 수의 보존성

• 피아제는 일찍이 수와 양의 보존 개념에 관한 실험을 하였다. 그는 수의 보존이라는 독특한 개념을 도입하였다. 집합의 보존성을 결여할 경우 수 세기가 무의미하게 되고, 일대일대응이 필연성을 잃게 되므로 보존성의 결여가 곧 수 개념의 결여를 의미하게 된다는 것이다. 수 개념을 이해하기 위한 최소한의 준거로 **일대일대응에 의해 두 집합의 대등성을 보일 수 있어야 하고, 그 대등성이 원소의 배열과 무관하게 보존된다**는 것을 이해할 수 있어야 한다는 것이다. 아래 그림은 그러한 대등성을 확인할 수 있는 예이다.



④ 수와 숫자

- 수: 3은 어떤 의미인가? 아이들은 물건의 종류, 모양, 크기, 색깔 등과 관계 없이 그 개수만을 비교하고 그 개수가 같다는 것을 추상하게 되는데, 이것이 추상화된 수 개념으로 셋이다. 이와 같이 **양을 나타내는 아이디어 또는 추상**을 수라고 한다.
- 숫자: 아이에게 세 개의 사과를 보이고 이를 기호로 나타내도록 하면 아이들의 수준에 따라 '3, Ⅲ, 三' 등과 같은 기호를 제시할 것이다. 이와 같이 **추상적인 양의 크기인 수를 나타내는 기호**를 숫자라고 한다.

⑤ 우리의 기수법 체계

- ① **자릿값** : 숫자의 값은 위치에 의해 결정된다. 백의 자리는 100이라는 자릿값을, 십의 자리는 10이라는 자릿값을 가진다. 예를 들면 234에서 백의 자리 숫자 2는 100이 2개 있음을 의미한다.
- ② **자리 10** : 밀이라는 용어는 모임을 뜻한다. 즉 **십진법에서 10은 새로운 모임을 결정하는 값이며, 0부터 9까지 10개의 숫자를 사용한다.**
- ③ **0의 사용** : **없음을 나타내는 0은 어떤 것이 존재하지 않음을 기호적으로 나타낸 것이다.** 예를 들어 309에서 백의 자리와 일의 자리에는 수가 존재하지만 십의 자리에는 아무것도 없음을 나타낸다.
- ④ **가법성** : 수는 전개식으로 나타낼 수 있으며 각 자리의 값을 의미한다. 예를 들어 123은 100+20+3이라는 전개식을 축약한 것이다

1, 2, 3, 4, 5를 알아보아요 [집합수]

순서를 알아보아요 [순서수]



순서를 어떻게 말할지 이야기해 봅시다. 예 • 여섯째에 서 있습니다. • 6에 서 있습니다. • 수로 나타냅니다.

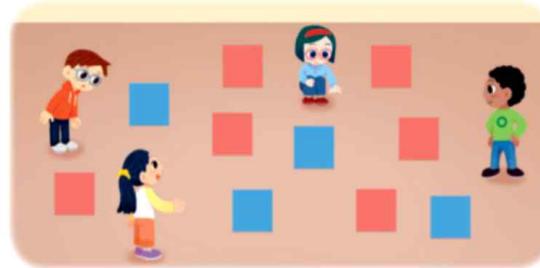


1만큼 더 큰 수와 1만큼 더 작은 수를 알아볼까요

1 1만큼 더 큰 수와 1만큼 더 작은 수를 알아봅시다.

수의 크기를 비교해 볼까요

2 두 수의 크기를 비교해 봅시다.



예

6 은/는 4 보다 큽니다.
4 은/는 6 보다 작습니다.

[1-1-3] 덧셈과 뺄셈

1 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 구체물을 활용하여 수의 모으기와 가르기 활동을 해 봄으로써 덧셈과 뺄셈의 기초를 형성한다.
- 덧셈과 뺄셈의 의미와 필요성을 인식할 수 있는 실생활 상황을 다양하게 제시한다.
- 학생들이 그림을 보고 덧셈과 뺄셈 이야기를 해 보고, 이를 직접 구체물로 모으거나 덜어내는 활동을 통해 그 의미를 파악하게 한다.
- 첨가와 합병 등의 다양한 상황을 이용하여 덧셈을 이해하고 덧셈식으로 나타낼 수 있게 한다.
- 제거와 비교 등의 다양한 상황을 이용하여 뺄셈을 이해하고 뺄셈식으로 나타낼 수 있게 한다.
- 덧셈과 뺄셈 상황에서 구체물로 표현한 활동을 어떻게 식으로 나타낼 것인지 학생들과 함께 생각해 보면서 덧셈식과 뺄셈식을 도입한다.
- 덧셈과 뺄셈을 할 때 이전 학습 내용과 연결되는 다양한 전략을 활용할 수 있도록 하고, 모델 및 교구를 활용한 여러 가지 계산 방법을 비교하여 좀 더 효과적인 방법을 발견할 수 있도록 한다.
- 학생들이 처음 덧셈과 뺄셈을 할 때는 손가락이나 구체물을 사용하여 계산할 수 있지만, **십 배열판과 같은 구조화된 모델**을 통해 좀 더 효율적인 방법을 생각해 낼 수 있도록 한다.

0을 알아볼까요

1 아무것도 없는 것을 수로 나타내 봅시다.

아무것도 없는 것을 0이라 쓰고 영이라고 읽습니다.

0 0 0 0 0 0

모으기와 가르기를 해 볼까요(1)

덧셈을 알아볼까요

1 덧셈을 식으로 나타내 봅시다.

더하기는 +로, 같다는 =로 나타내요.

$3+1=4$

3 더하기 1은 4와 같습니다. 3과 1의 합은 4입니다.

2 나비는 모두 몇 마리인지 덧셈식을 쓰고 읽어 봅시다.

$2+3=5$

덧셈식

지도상 유의점

- 그림만 보고 덧셈 상황을 이해하기보다는 구체물을 놓아 보면서 **첨가** 상황을 직접 해 보도록 한다. 구체물은 학급에서 사용할 수 있는 바둑돌, 연결 모형, 수 세기 칩 등을 활용할 수 있다.
- 읽기를 지도할 때에는 쓰는 것보다 소리 내어 읽어 보는 것에 중점을 둔다.
- '+'와 '='를 허공에 손가락으로 써 보는 활동도 할 수 있다.
- 합병과 첨가 상황을 구체물로 표현할 때 상황에 맞게 구체물을 다양한 방향으로 이동할 수 있다

합병

첨가

뺄셈을 알아볼까요

1 뺄셈을 식으로 나타내 봅시다.

빼기는 -로, 같다는 =로 나타내요.

$4-1=3$

4 빼기 1은 3과 같습니다. 4와 1의 차는 3입니다.

2 누가 얼마나 더 많은지 뺄셈식을 쓰고 읽어 봅시다.

$5-3=2$

뺄셈식

지도상 유의점

- 그림만 보고 뺄셈 상황을 이해하기보다는 제거 상황을 구체물로 표현해 보도록 한다. 구체물은 학급에서 사용할 수 있는 바둑돌, 연결 모형, 수 세기 칩 등을 활용 할 수 있다.
- 읽기를 지도할 때에는 쓰는 것보다 소리 내어 읽어 보는 것에 중점을 둔다.
- 비교와 제거 상황을 구체물로 표현할 때 각각 상황에 맞게 구체물을 활용 하게 한다.

비교

제거

0이 있는 덧셈과 뺄셈을 해 볼까요

1 콩이 몇 개인지 알아봅시다.

콩이 없었는데 5개를 주셨어.

난 6개 있어서 더 받지 않았어.

• 덧셈식을 써 보세요.

$0+5=5$

$6+0=6$

2 콩이 얼마나 남았는지 알아봅시다.

콩을 모두 화분에 심었어.

나는 아직 안 심었어.

• 뺄셈식을 써 보세요.

$5-5=0$

$6-0=6$

[1-1-5] 50까지의 수

1 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 다양한 구체물을 직접 세어 보고 수로 나타내는 활동에서 수 개념을 기르고 수 감각을 키운다.
- 19까지의 수를 두 수로 분해하고, 하나의 수로 합성하는 경험에서 수 감각을 키운다.
- 대상의 속성이나 종류, 나열된 방법을 다양화하여 나타내 수 개념을 형성하게 한다.
- 50까지의 수에서 **10개씩 묶음과 낱개**로 표현하는 활동에서 위치적 기수법의 기초 개념을 형성할 수 있도록 한다.
- 저학년 학생들의 한글 학습을 고려하여 '서른여덟', '마흔아홉' 등과 같이 수를 한글로 쓰는 것은 지양한다.
- 50까지의 수를 일일이 지도하기보다 구체적 몇 가지 사례를 바탕으로 수를 세고, 읽고, 쓰는 방법을 추론할 수 있도록 지도한다.
- 양의 비교로 수 개념의 발달을 돕고, 수 세기의 필요성을 인식하게 한다. 수를 학습하는 과정에서 수의 크기를 직관적으로 비교하는 활동을 함께 함으로써 수 개념 및 수 감각의 발달을 돕는다.
- 1만큼 더 큰 수, 1만큼 더 작은 수와 같이 수 사이의 관계를 파악하여 수의 순서를 알 수 있도록 한다.
- 50까지의 **수가 개수, 순서, 이름** 등을 나타내는 경우가 있음을 알고 구체적으로 수가 사용되는 사례를 통하여 수의 필요성을 알 수 있도록 한다.
- 수의 크기를 비교할 때는 구체물의 양을 이용하여 비교하는 활동을 한 후 수를 보고 수의 크기를 비교하는 활동을 한다.

9 다음 수를 알아볼까요

1 일음의 수를 나타내 봅시다.

선택

9보다 1만큼 더 큰 수는 10이라고 해.

10
십
열

십뿔을 알아볼까요

1 과일의 수를 나타내 봅시다.

선택

10개씩 묶음 1개와 낱개 2개를 12라고 해.

12
십이
열둘

모으기와 가르기를 해 볼까요

7 4
11

11
7 4

지도상 유의점

- 수 모으기 활동은 19까지 수의 범위에서 한다.
- 구체물의 수를 셀 때 수 이름과 구체물을 일대일대응하여 세면서 마지막에 말한 수가 구체물의 개수가 된다는 것을 이해하게 한다.
- 이어 세기를 위해 시작하는 수를 어떻게 정하면 좋을지 이야기하게 한다.
- 이어 세기를 어려워하는 경우 시작하는 수의 이전, 이후의 수를 이야기할 수 있는지 확인한다.
- 모으기, 가르기가 덧셈, 뺄셈과 같다고 할 수는 없으나 덧셈과 뺄셈을 이해하는 데 기초가 된다. 모으기를 학습한 후 가르기를 지도할 때 다음과 같이 모으기했던 수로 다시 가르기 해 보는 경험에서 수의 개념에 대한 이해를 발달시킬 수 있다.

10개씩 묶어 세어 볼까요

1 사람 수를 나타내 봅시다.

선택

10개씩 묶음 2개를 20이라고 해.

20
이십
스물

[2-1-1] 세 자리 수

1 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 백의 개념을 여러 가지 형태로 접근하고 다양한 방법으로 나타내 보도록 하며 정확한 이해를 돕는다. 예를 들어 '10이 10개', '90보다 10만큼 더 큰 수', '99 다음에 오는 수', '99보다 1만큼 더 큰 수', '80보다 20만큼 더 큰 수', '1이 100개인 수' 등 다양한 형태를 경험하도록 한다.
- 수 모형, 자릿값 모형, 자릿값 카드 등 여러 가지 모형을 사용하여 세 자리 수를 다양한 방법으로 나타내 보도록 하고, 왜 그렇게 나타냈는지 이야기해 보도록 하여 수 감각을 기르도록 한다.
- 구체물과 수 모형의 수를 세어 보고 10개씩 묶어서 새로운 자리의 수가 만들어지는 십진법 체계를 이해하여 '100이 몇 개, 10이 몇 개, 1이 몇 개인 수', '몇백몇십몇', '(몇백)+(몇십)+(몇)'으로 표현해 보면서 **자릿값의 개념과 위치적 기수법**을 이해하도록 한다.
- **묶기와 교환하기**를 바탕으로 세 자리 수를 다양한 방법으로 생각하고 표현해 보도록 하여 수 감각을 바탕으로 **자릿값** 개념을 정확하게 이해할 수 있도록 한다.
- 십의 자리 숫자 또는 일의 자리 숫자가 0인 세 자리 수를 의도적으로 다루고 이를 수 모형이나 자릿값 카드를 사용하여 나타내 보도록 함으로써 **'0'이 어떤 의미로 사용**되는지 이해하도록 한다.
- 자릿값과 위치적 기수법에 대한 이해가 부족한 경우 **'이백오십사'를 쓸 때 200504, 20054 등과같이 숫자와 자릿값을 동시에 쓰기도 한다.** 그러므로 구체물, 언어적 표현, 기호적 표현 사이의 긴밀한 연결과 변환을 할 수 있도록 수를 세고, 쓰고, 읽고, 이를 수 모형과 자릿값 카드에 표현하는 경험을 충분히 할 수 있도록 지도한다.
- 수의 크기를 비교하는 전략을 스스로 탐구해 보고 367이 425보다 작다고 생각하는 까닭을 이야기해 보도록 하는 등 학생들의 수 감각을 발달시키고 수학적 사고를 자극할 수 있는 토의 중심 학습을 실천하도록 한다.
- 학생들이 논리적으로 수를 쓰거나 읽는 것처럼 보이지만 수를 써 나가는 과정에서 오류를 범하기도 한다. **예를 들어 수를 읽어 가는 대로 숫자를 쓰게 되면 '사십일'은 '401'로 잘못 쓸 가능성이 있다. 만약 학생들이 이 오류를 범했다면 교사는 교정을 위해 다음과 같은 자릿값 판을 이용하여 교정할 수 있다.**

백의 자리	십의 자리	일의 자리	사십일을 나타내기	십의 자리	일의 자리
●●●●		●		●●●●	●
4	0	1	→	4	1

백을 알아볼까요 / 몇백을 알아볼까요

• 10이 10개이면 100입니다.
• 100은 백이라고 읽습니다.

• 100이 4개이면 400입니다.
• 400은 사백이라고 읽습니다.

지도상 유의점

- 수 모형으로 나타내는 과정에서 10묶음과 날개에 대한 수 개념, 두 자리 수에 대한 이해, 묶기와 교환하기(1이 10개이면 10이 1개 등)에 대한 이해를 점검할 수 있다.
- 수 모형으로 나타내는 과정에서 백의 개념, 100묶음과 10묶음에 대한 묶기와 교환하기(10이 10개이면 100이 1개 등), 수 모형 조작과 수학적 표현에 대한 이해 등을 점검할 수 있다.

세 자리 수를 알아볼까요

1 도서 대출증은 모두 몇 장인지 알아봅시다.

- 도서 대출증의 수를 수 모형으로 나타내 보세요.

백 모형	십 모형	일 모형
100이 2 개	10이 5 개	1이 4 개

- 도서 대출증은 모두 몇 장인가요? 254장

• 100 이/가 2개, 10 이/가 5개, 1 이/가 4개이면, 2 5 4 이고, 이백오십사라고 읽습니다.

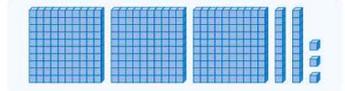
지도상 유의점

- 100, 10, 1을 단위로 하여 세 자리 수를 나타내면서, 세 자리 수의 계열을 이해 하도록 한다.
- 수 254를 읽을 때는 '이백오십사'로 읽고, 사물의 개수를 셀 때는 '이백선 넷'으로 말한다. 즉 도서 대출증은 이백선네 장이라고 말해야 함을 지도하여 수를 읽는 방법과 개수를 세는 방법을 혼동하지 않도록 한다

각 자리의 숫자는 얼마를 나타낼까요

1 323에서 각 자리의 숫자가 얼마를 나타내는지 알아봅시다.

323에서 3, 2, 3이 나타내는 수를 수 모형에서 찾아볼까요?



- 323에서 3은 얼마를 나타낼까요? 300
- 323에서 2는 얼마를 나타낼까요? 20
- 323에서 3은 얼마를 나타낼까요? 3

자릿값 카드를 겹쳐 보세요.

지도상 유의점

- 십의 자리 숫자 또는 일의 자리 숫자가 0인 세 자리 수도 만들어 보도록 안내한다.
예 - 206 = 200 + 00 + 6 자릿값 카드의 형태로 나타낼 수 있지만 이는 206=200+6과 같음을 지도한다.
- 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리, 자릿값, 숫자, 수와 같은 수학적 표현의 의미를 정확하게 이해하고 문장으로 표현할 수 있도록 지도한다.

자릿값을 이해하지 못하는 경우

- 자릿값 카드를 사용하여 세 자리 수의 자릿값 익히기

5	2	9
백의 자리	십의 자리	일의 자리
100이 5개	10이 2개	1이 9개
500	20	9
5 2 9 = 500 + 20 + 9		

수의 크기를 비교해 볼까요

2 수의 크기를 비교하는 방법을 알아봅시다.

- 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

	백의 자리	십의 자리	일의 자리
697 →	6	9	7
718 →	7	1	8
712 →	7	1	2



[2-1-3] 덧셈과 뺄셈

1 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 덧셈과 뺄셈의 의미와 필요성을 인식할 수 있는 실생활 상황을 다양하게 제시한다.
- 받아올림이 있는 덧셈식에서 일의 자리 수끼리의 합이 10이거나 10보다 클 때에는 10을 십의 자리로 받아올려 계산할 수 있음을 인식할 수 있도록 지도한다.
- 받아내림이 있는 뺄셈식에서 일의 자리 수끼리 뺄 수 없을 때에는 십의 자리에서 10을 받아내려 계산할 수 있음을 인식할 수 있도록 지도한다.
- 덧셈과 뺄셈을 하는 다양한 방법을 탐구하는 시간을 충분히 갖고 여러 가지 방법 중에서 자신이 편리하다고 생각하는 방법으로 해결하도록 지도한다.
- 토의·토론으로 다양한 방법을 비교하여 공통의 원리를 스스로 구성하게 하며 타인의 생각을 배려하고 존중하는 태도를 가질 수 있도록 한다.
- 덧셈과 뺄셈을 수에 관한 지식을 활용하여 여러 가지 방법으로 계산하며 연산 감각을 기르게 하되, 이를 지나치게 형식화하여 다루지 않는다.
- 두 수의 덧셈과 뺄셈을 형식화하기 전에 수 모형, 십 배열판, 수 배열판, 수 구슬 등 수학 교구를 조작하면서 받아올림과 받아내림의 개념과 의미 있게 연결되어 식으로 나타내도록 지도한다.
- 덧셈과 뺄셈에 관련된 문제를 만들고 해결하며 친구와 해결 방법을 비교한다.
- 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, 합이 세 자리 수인 경우도 포함한다.
- 세 수의 계산은 문제 상황에 맞게 앞에서부터 순서대로 계산할 수 있도록 지도한다.
- 문제 상황에 맞는 수와 연산 기호를 사용하여 식으로 나타내게 한다.
- 한 가지 상황을 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해하게 한다. 이때 논리적이고 정확한 설명이 아닐지라도 학생 자신의 언어로 이야기해 보도록 지도한다.
- □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 □의 값을 직관적으로 구할 수 있는 수준에서 다룬다.

2 받아올림과 받아내림이 있는 자연수의 덧셈과 뺄셈의 오류 유형 및 지도 방법

A.
$$\begin{array}{r} 74 \\ + 56 \\ \hline 1210 \end{array}$$
 B.
$$\begin{array}{r} 35 \\ + 92 \\ \hline 127 \end{array}$$
 C.
$$\begin{array}{r} 67 \\ + 18 \\ \hline 715 \end{array}$$
 D.
$$\begin{array}{r} 56 \\ + 97 \\ \hline 1413 \end{array}$$

어떻게 해야 준기를 도울 수 있을까?

- ① 합을 정확하게 계산하기 전에 어렵게 보게 한다.
- ② 수 모형을 사용하고 그 합을 수 모형을 이용하여 나타내게 한다.
- ③ 은행놀이와 같은 활동을 활용한다.

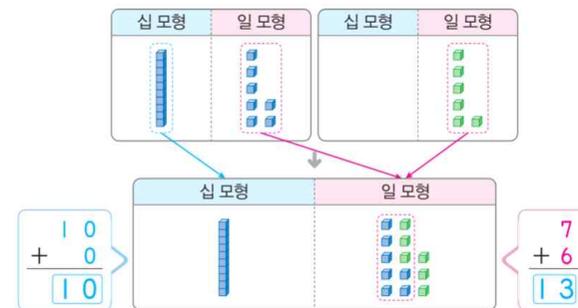
A.
$$\begin{array}{r} 81 \\ - 197 \\ \hline 43 \\ 1414 \end{array}$$
 B.
$$\begin{array}{r} 61 \\ - 176 \\ \hline 23 \\ 1414 \end{array}$$
 C.
$$\begin{array}{r} 71 \\ - 384 \\ \hline 59 \\ 324 \end{array}$$

어떻게 해야 연수를 도울 수 있을까?

- ① 피감수(전체 합)를 구체물로 표현하게 한다.
- ② 계산을 하기 전에 '예' 또는 '아니요'를 사용하는 형태의 문제로 먼저 바꾸어 본다.
- ③ 수직선과 어림을 사용하게 한다.

여러 가지 방법으로 덧셈을 해 볼까요(1)

2 수 모형으로 17+6을 구해 봅시다.

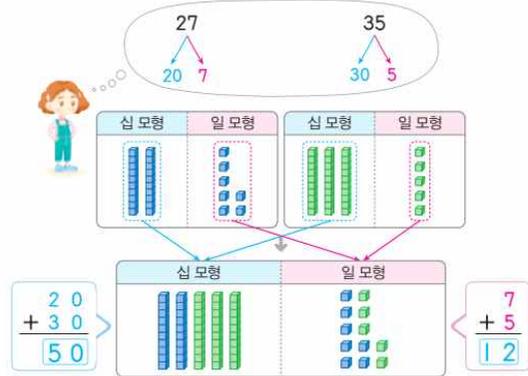


• 수 모형으로 어떻게 구했는지 이야기해 보세요.
수 모형판에 17과 6을 놓고 십 모형은 십 모형끼리, 일 모형은 일 모형끼리 더한 다음 일 모형 10개를 십 모형 1개로 바꾸었습니다.

여러 가지 방법으로 덧셈을 해 볼까요(2)

2 수 모형으로 27+35를 구해 봅시다.

- 수 모형으로 27과 35를 각각 나타내 보세요.
- 십 모형은 십 모형끼리, 일 모형은 일 모형끼리 더해 보세요.

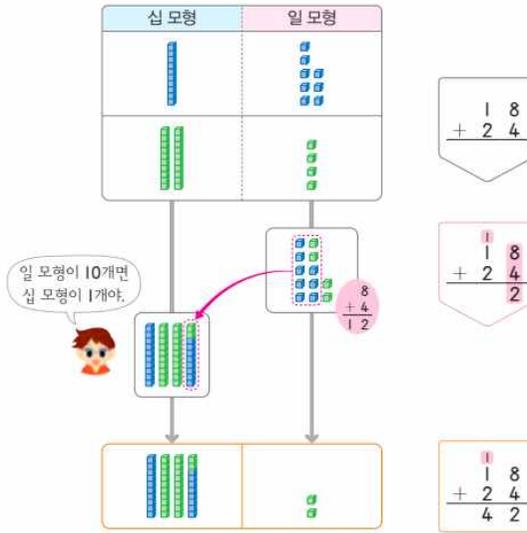


• 27+35를 계산해 보세요.
62

• 수 모형으로 어떻게 구했는지 이야기해 보세요.

예 십 모형 2개와 3개를 더했더니 십 모형 5개, 일 모형 7개와 5개를 더했더니 일 모형 12개가 되었습니다. 일 모형 12개는 십 모형 1개와 일 모형 2개와 같으므로 십 모형 6개와 일 모형 2개가 되었습니다. 따라서 계산 결과는 27+35=62입니다.

3 18+24를 어떻게 계산하는지 알아봅시다.



• 계산하는 방법을 친구와 이야기해 보세요.

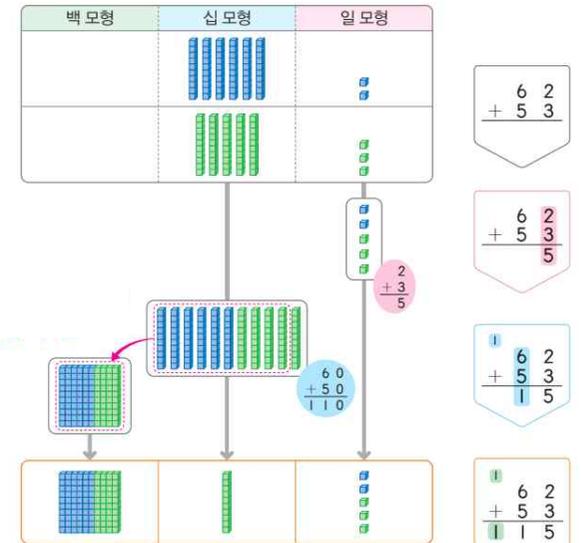
예 일 모형 8개와 4개를 더했더니 일 모형 12개가 되었습니다. 일 모형 10개를 십 모형 1개로 바꾸었더니 십 모형 4개와 일 모형 2개가 되었습니다. 따라서 계산 결과는 18+24=42입니다.

지도상 유의점

- 수 지식에 기초한 합성과 분해를 통한 덧셈을 할 때 전략적 방법을 학생들 스스로 생각하고 다른 친구들과 공유하면서 자연스럽게 알아갈 수 있도록 지도한다.
- 문제 상황이 주어지지 않고, 계산식만 주어졌을 때 오류가 나타나는 학생들에게, 식을 보고 이야기를 만들어 보도록 한다. 또 계산을 하기 전 먼저 어려운 후 해 결해 볼 수 있도록 지도한다.

덧셈을 해 볼까요

2 62+53을 어떻게 계산하는지 알아봅시다.



예 일 모형 2개와 3개를 더했더니 5개가 되었고, 십 모형 6개와 5개를 더했더니 11개가 되었습니다. 십 모형 10개를 백 모형 1개로 바꾸었더니 백 모형 1개, 십 모형 1개, 일 모형 5개가 되었습니다. 따라서 계산 결과는 62+53=115입니다.

• 계산하는 방법을 친구와 이야기해 보세요.

여러 가지 방법으로 뺄셈을 해 볼까요 (1)

2 수 모형으로 23-5를 구해 봅시다.

• 수 모형으로 어떻게 구했는지 이야기해 보세요.
수 모형판에 23을 놓고 십 모형 1개를 일 모형 10개로 바꾼 다음, 일 모형 13개에서 5개를 뺐습니다.

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 5 \\ \hline 18 \end{array}$$

여러 가지 방법으로 뺄셈을 해 볼까요(2)

수 모형으로 50-27을 구해 봅시다.

- 수 모형으로 50을 나타내 보세요.
- 십 모형 1개를 일 모형으로 바꾸어 27만큼 빼 보세요.

• 50-27을 계산해 보세요.
23

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 27 \\ \hline 23 \end{array}$$

• 수 모형으로 어떻게 구했는지 이야기해 보세요.

예 십 모형 1개를 일 모형 10개로 바꾸었더니 십 모형 4개가 남았습니다. 십 모형 4개에서 2개를 뺐더니 십 모형 2개가 남았고 일 모형 10개에서 7개를 뺐더니 일 모형 3개가 남았습니다. 따라서 계산 결과는 50-27=23입니다.

3 30-13을 어떻게 계산하는지 알아봅시다.

• 계산하는 방법을 친구와 이야기해 보세요.

예 십 모형 1개를 일 모형 10개로 바꾼 뒤 3개를 빼고 남은 십 모형 2개에서 1개를 뺐더니 십 모형 1개와 일 모형 7개가 되었습니다. 따라서 계산 결과는 30-13=17입니다.

뺄셈을 해 볼까요

2 54 - 26을 어떻게 계산하는지 알아보십시오.

십 모형	일 모형	$\begin{array}{r} 54 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$
		$\begin{array}{r} 40 \\ 54 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$
		$\begin{array}{r} 40 \\ 54 \\ - 26 \\ \hline 14 \\ 68 \end{array}$
		$\begin{array}{r} 40 \\ 54 \\ - 26 \\ \hline 28 \end{array}$

• 계산하는 방법을 친구와 이야기해 보세요.

예 십 모형 1개를 일 모형 10개로 바꾼 후, 일 모형 14개에서 6개 십 모형 4개에서 2개를 뺐더니 십 모형 2개와 일 모형 8개가 되었습니다. 따라서 계산 결과는 $54 - 26 = 28$ 입니다.

세 수의 계산을 해 볼까요

마을에 남은 북극곰의 수를 어떻게 구할 수 있을지 이야기해 봅시다.
 예 처음에 있던 북극곰의 수에서 더 온 북극곰의 수를 더한 다음 마을에 남은 북극곰의 수를 구해 봅시다. **떠난 북극곰의 수를 뺍니다.**

- 마을에 남은 북극곰은 몇 마리인지 식으로 나타내 보세요.
 $15 + 19 - 21$
- 북극곰 15마리가 있었는데 19마리가 더 오면 몇 마리가 되나요?
 $15 + 19 = 34$
- 그 가운데 21마리가 떠나면 마을에 북극곰은 몇 마리가 남나요?
 $34 - 21 = 13$
- 식을 어떻게 계산하는지 알아보세요.

$15 + 19 - 21 = 13$
 ① $15 + 19 = 34$
 ② $34 - 21 = 13$

지도상 유의점

- 세 수의 계산 기본 원칙은 이항 연산이며, 모든 계산의 기본은 두 수를 결합하여 새로운 하나의 수를 대응시키는 일이다. 세 수의 계산은 앞에서부터 순서대로 하는 것이다. 세 수의 덧셈과 뺄셈을 할 경우, 앞의 두 수를 계산한 다음 나머지 세 번째 수를 계산해야 한다. **계산의 규칙을 불가피하게 바꾸어야 하는 경우에는 괄호를 사용하여 혼합 계산을 해야 하는 데 그 규칙은 5~6학년군에서 학습하게 된다.**
- 세 수의 계산에는 더하고 더하기, 빼고 빼기, 더하고 빼기, 빼고 더하기와 같이 네 종류가 있고 **앞에서부터 순서대로 계산하는 것이 일반적인 방법**이다
- 세 수의 계산 방법을 알고 수를 선택하여 결과가 큰 식을 만들어 해결하는 문제이다. 더하는 수가 클수록, 빼는 수가 작아질수록 계산 결과가 커진다는 원리를 찾아 해결하는 과정에서 문제해결과 추론 역량을 기를 수 있다

덧셈과 뺄셈의 관계를 식으로 나타내 볼까요

1 덧셈식을 뺄셈식으로 나타내 봅시다.

- 물 밖에 있는 북극곰은 몇 마리인지 뺄셈식으로 나타내 보세요.
 $10 - 7 = 3$
- 물 안에 있는 북극곰은 몇 마리인지 뺄셈식으로 나타내 보세요.
 $10 - 3 = 7$
- 덧셈식을 뺄셈식으로 나타내 보세요.

덧셈식 $7 + 3 = 10$
 $10 - 7 = 3$
 $10 - 3 = 7$

2 뺄셈식을 덧셈식으로 나타내 봅시다.



- 물에 들어간 펭귄은 몇 마리인지 뺄셈식으로 나타내 보세요.
 $12 - 5 = 7$
- 펭귄은 모두 몇 마리인지 덧셈식으로 나타내 보세요.
 예 $5 + 7 = 12$
- 뺄셈식을 덧셈식으로 나타내 보세요.

뺄셈식 $12 - 5 = 7$
 $5 + 7 = 12$
 $7 + 5 = 12$

지도상 유의점

- 세 수의 양적인 관계를 생각하며 뺄셈식을 덧셈식으로 나타내게 한다. **전체에서 부분을 나타내는 뺄셈식에서 부분과 부분의 합이 전체임을** 인식하게 한다.
- 덧셈과 뺄셈의 연산 기호의 의미와 등호의 의미를 파악하게 한다. 덧셈식과 뺄셈식의 관계에서 수학적 표현의 상호 연관성을 파악하게 한다.

[2-1-6] 곱셈

1 교수·학습 방법 및 유의 사항

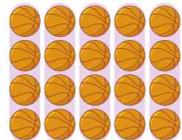
- 뛰어 세기, 묶어 세기의 수 세기 활동을 기반으로 **배의 개념**과 **동수누가**에 대해 이해하고 주변에서 곱셈이 이루어지는 상황을 찾아 연결하는 과정에서 곱셈의 의미를 자연스럽게 이해할 수 있도록 한다.
- 물건의 수를 세는 상황으로 **묶음** 단위로 되어 있거나 줄을 맞춰 **배열**된 상태의 물건을 제시하여 실생활 속에서 곱셈이 필요한 경우를 직·간접적으로 접해 보게 한다.
- 수 세기 활동을 할 때 학생들이 그림을 보고 여러 가지 방법을 떠올려 이야기를 나눌 수 있게 한우 구체물을 사용하여 직접 **묶어 세기**나 **뛰어 세기**를 경험할 수 있도록 한다.
- 학생들이 서로 소통하며 물건의 수를 세는 여러 가지 방법을 발견하고 자신의 언어로 표현할 수 있도록 허용하는 가운데 **묶어 세기**의 유용성에 대한 이해를 바탕으로 **배의 개념**으로서의 곱셈을 이해할 수 있도록 한다.
- 형식적인 곱셈의 계산이 아닌 실생활 상황과 연결한 곱셈의 의미를 이해할 수 있도록 **묶음 모델**, **배열 모델**, **직선 모델** 등을 다양하게 이용하여 지도하도록 한다.
- **배의 개념**으로 도입한 곱셈에서 곱한 결과인 곱을 알기 위하여 **반복 덧셈**인 동수누가를 제시하되 반복 덧셈을 지나치게 강조하지 않도록 한다.
- 똑같은 묶음 상황에서의 배의 개념과 곱셈적 비교 상황에서의 배의 개념을 각각의 별도 차시로 구성하여 지도함으로써 학생들이 다소 추상적인 사고 수준을 요하는 배의 개념에 대해 이해할 수 있도록 한다.

묶어 세어 볼까요

1 공은 모두 몇 개인지 묶어 세어 봅시다.



5
5
5
5



4 4 4 4 4

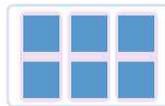
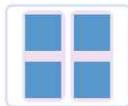


다른 방법으로 묶어 셀 수 있을까?

• 공은 모두 몇 개인가요? 20개

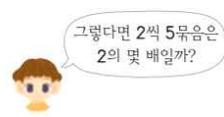
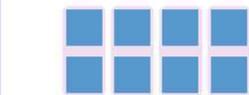
몇의 몇 배를 알아보까요

1 색종이의 수로 몇의 몇 배를 알아보시다.



2씩 2 묶음은 2의 2 배입니다. 2씩 3 묶음은 2의 3 배입니다.

2씩 4묶음은 2의 4배와 같습니다.



지도상 유의점

- 학생들의 실생활 경험을 바탕으로 **몇씩 몇 묶음**과 **몇의 몇 배**의 관계를 자연스럽게 깨닫도록 한다.
- 2씩 1묶음이 2의 몇 배인지 생각하고 1배의 개념을 이해하도록 한다.
- ‘배’의 개념은 덧셈의 확장이 아닌 기수 개념을 바탕으로 한 곱셈임을 지도한다.
- 묶음의 개수와 몇 배의 관계에서 몇 묶음과 몇 배의 의미를 생각해 보고 둘의 관계를 발견할 수 있도록 지도한다.

몇의 몇 배로 나타내 볼까요

1 열매의 수를 몇의 몇 배로 나타내 봅시다.

- 민준이가 가진 참외의 수는 연우가 가진 참외의 수의 몇 배인가요? 2배



- 수찬이가 가진 토마토의 수만큼 ○를 그려 보세요. 나는 수미가 가진 토마토 수의 4배를 가지고 있어.

지도상 유의점

- 배의 개념은 **두 수 사이의 관계**를 의미하는 것으로 학생들이 이해하기 어려운 개념일 수 있다. 다양한 실생활 상황을 통해 학생들이 배의 개념을 이해할 수 있도록 지도한다..
- 배의 개념은 나눗셈, 분수, 소수, 비와 비율 등의 기반이 되기 때문에 동수누가와와는 차원이 다른 **두 이산량 사이의 관계**임을 학생들이 알 수 있도록 지도한다

곱셈을 알아보까요

1 컵은 모두 몇 개인지 알아보시다.



3 썩 6 묶음
↓
3의 6 배

- 컵은 모두 몇 개인가요? 18개

- 3의 6배를 3×6 이라고 씁니다.
- 3×6 은 3 곱하기 6이라고 읽습니다.

2 가위의 수를 곱셈식으로 알아보시다.



덧셈식 $4+4+4+4+4=20$ → 곱셈식 $4 \times 5=20$

- 가위는 모두 몇 개인가요? 20개

- $4+4+4+4+4$ 는 4×5 와 같습니다.
- $4 \times 5=20$
- $4 \times 5=20$ 은 4 곱하기 5는 20과 같습니다라고 읽습니다.
- 4와 5의 곱은 20입니다.